

Variable compleja

Requisitos de la materia: Haber cursado o estar cursando Cálculo IV.

Descripción de la asignatura: La importancia en el estudio de variable compleja radica no sólo en el hecho de perfilarla como una generalización del espacio de funciones de variable real, sino además en las propiedades generales que de manera natural emanan de las funciones holomorfas, tal distinción hace de esta materia no sólo una continuidad del estudio de variable real, sino en sí misma una rama de las Matemáticas.

La variable compleja es de utilidad en la ciencia Física por sus ventajas que posee el espacio complejo, lo cual permite que algunos problemas descritos en ese espacio sean más sencillos de resolver.

Índice Temático:

- 1. Propiedades de Campo de los Complejos. Estructura algebraica de los \mathbb{C} (números complejos):** Propiedades de suma y producto de los \mathbb{C} . Descripción del plano complejo. Raíces de los números complejos. Representación polar de los \mathbb{C} y fórmula de Moivre. Complejo conjugado y valor absoluto. Propiedades algebraicas de complejos conjugados. Isomorfismo. Rotaciones.
- 2. Funciones Holomorfas:** Polinomiales, Trigonométricas, Exponenciales y Logarítmicas. Propiedades de algunas funciones de variable compleja. Conjuntos abiertos. Propiedades de conjuntos abiertos. Límite y sus propiedades. Continuidad. Sucesiones. Sucesiones de Cauchy y completez. Conjuntos compactos y conexos. Propiedades de los conjuntos compactos y conexos. Funciones Holomorfas y sus propiedades. Mapeos conformales. Teorema de Cauchy-Riemann. Teorema de la función inversa. Funciones armónicas y sus propiedades. Diferenciación de funciones elementales.
- 3. Integrales:** Integrales de contorno. Linealidad de la integral de contorno. Reparametrización. Teorema Fundamental del Cálculo Teorema de Deformación. Regiones simplemente conexas. Teorema de Cauchy. Homotopías. Fórmula integral de Cauchy. Diferenciación a las integrales tipo Cauchy. Desigualdad de Cauchy. Teorema de Liouville. Teorema Fundamental del Álgebra. Teorema del Módulo Máximo. Funciones Armónicas. Propiedad del Valor Medio.
- 4. Series de Funciones Holomorfas:** Convergencia de sucesiones y series de funciones. Criterios de convergencia. Convergencia uniforme. Criterios de convergencia uniforme. Diferenciación de series de funciones holomorfas. Integración de series de funciones holomorfas. Series de Potencias. Criterio de Convergencia de series de potencias. Series de Taylor. Ceros de funciones analíticas. Series de Laurent. Clasificación de puntos singulares.
- 5. Residuos:** Cálculo del residuo. Teorema del Residuo. Residuo y comportamiento en infinito. Evaluación de integrales definidas. Valor principal de Cauchy. Integrales que envuelven ramas de corte. Evaluación de series infinitas y expansión en fracciones parciales.

6. **Aplicación de residuos.** Cálculo de integrales impropias. Integrales impropias en el análisis de Fourier. Lema de Jordan. Caminos con muesca. Muesca en torno a un punto de ramificación. Integrales sobre un corte de ramificación. Integrales definidas de senos y cosenos. El principio del argumento. Teorema de Rouché. Transformada inversa de Laplace.
7. **Mapeo Conforme (opcional):** Elementos de mapeo conforme. Teorema del mapeo de Riemann. Transformación fraccional lineal y de Schwarz-Christoffel. Aplicación del mapeo conforme a la ecuación de Laplace, conducción de calor, electrostática e hidrodinámica. Problema de Dirichlet y Newman.

Bibliografía:

1. Marsden Jerrold E., Hoffman Michael J.; W. H. Freeman, *Basic complex analysis*; New York 3ª edición (1999).
2. James Brown and Ruel Churchill; *Complex Variables and Applications*; McGraw-Hill; 8 edición, 2008.
3. Ahlfors L.; *Complex Analysis*; McGraw-Hill, 1966.
4. Lang S.; *Complex Analysis*; Springer-Verlag; 3ª edición, 1993.
5. Serie Schaums; *Variable compleja*; McGraw-Hill, 1967.
6. Lang S.; *Introduction to complex hyperbolic space*; Springer-Verlag, 1987.

Planeación Educativa

Competencias a desarrollar:

Generales:

1. Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.
2. Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
3. Conocimiento sobre el área de estudio y la profesión.
4. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente.
5. Capacidad crítica y autocrítica.
6. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas.
7. Habilidad para trabajar en contextos internacionales.
8. Habilidad para trabajar en forma autónoma.
9. Compromiso con la calidad.

Específicas:

1. Plantear, analizar, y resolver problemas matemáticos y físicos desde un punto de vista teórico, mediante la utilización de métodos numéricos y analíticos.
2. Aplicar el conocimiento teórico de la física y matemática a la realización e interpretación de experimentos.

3. Demostrar una comprensión profunda de los conceptos de la matemática clásica y moderna.
4. Describir y explicar fenómenos naturales y procesos tecnológicos en términos de conceptos, teorías y principios físicos.
5. Construir y desarrollar argumentaciones válidas, identificando hipótesis y conclusiones.
6. Sintetizar soluciones particulares, extrapolándolas hacia principios, leyes o teorías más generales.
7. Demostrar hábitos de trabajo necesarios para el desarrollo de la profesión tales como el trabajo en equipo, el rigor científico, el autoaprendizaje y la persistencia.
8. Buscar, interpretar y utilizar literatura científica.
9. Comunicar conceptos y resultados científicos en lenguaje oral y escrito ante sus pares, y en situaciones de enseñanza y de divulgación.

Resultados de aprendizaje	Actividades educacionales	TETEH	Evaluación
Propiedades de campo de los complejos	Teóricas, Prácticas (6T + 4P= 10 hrs.) Autoestudio	10 5	Examen escrito
Funciones Holomorfas	Teóricas, Prácticas (15T+5P= 20 hrs.) Autoestudio	20 10	Examen escrito
Integrales	Teóricas, Prácticas (15T+5P= 20 hrs.) Autoestudio	20 10	Examen escrito
Series de funciones Holomorfas	Teóricas, Prácticas (10T+5P=15 hrs.) Autoestudio	15 10	Examen escrito
Residuos	Teóricas, Prácticas (6T+4P=10 hrs.) Autoestudio	10 5	Examen escrito
Mapeo conforme	Teóricas, Prácticas (10T+5P=15 hrs.) Autoestudio	15 10	Examen oral

Tiempo total de trabajo del estudiante: (62+28) horas presenciales + (60) horas de autoestudio = 156 hrs.

Números de créditos: 10